



**POLITÉCNICA**

## Guía de Aprendizaje – Información al estudiante

### Datos Descriptivos

<b>ASIGNATURA:</b>	Geometría Diferencial
<b>MATERIA:</b>	Geometría y Topología
<b>CRÉDITOS EUROPEOS:</b>	6
<b>CARÁCTER:</b>	Obligatoria UPM
<b>TITULACIÓN:</b>	Grado en Matemáticas e Informática
<b>CURSO/SEMESTRE</b>	5º semestre
<b>ESPECIALIDAD:</b>	

<b>CURSO ACADÉMICO</b>	<b>2012-2013</b>		
<b>PERIODO IMPARTICION</b>	<b>Septiembre- Enero</b>	<b>Febrero - Junio</b>	
	X		
<b>IDIOMA IMPARTICIÓN</b>	<b>Sólo castellano</b>	<b>Sólo inglés</b>	<b>Ambos</b>
	X		

<b>DEPARTAMENTO:</b>	Matemática Aplicada (Facultad de Informática)	
<b>PROFESORADO</b>		
<b>NOMBRE Y APELLIDO (C = Coordinador)</b>	<b>DESPACHO</b>	<b>Correo electrónico</b>
Emilio Torrano Giménez (C)	1320	emilio@fi.upm.es
Carmen Escribano Iglesias	1303	<a href="mailto:cescribano@fi.upm.es">cescribano@fi.upm.es</a>
Antonio Giraldo Carbajo	1302	agiraldo@fi.upm.es
Gregorio Hernández Peñalver	1306	gregorio@fi.upm.es

<b>CONOCIMIENTOS PREVIOS REQUERIDOS PARA PODER SEGUIR CON NORMALIDAD LA ASIGNATURA</b>	
<b>ASIGNATURAS SUPERADAS</b>	Álgebra Lineal
	Cálculo I
	Cálculo II
<b>OTROS RESULTADOS DE APRENDIZAJE NECESARIOS</b>	

## **Objetivos de Aprendizaje**

<b>COMPETENCIAS Y NIVEL ASIGNADAS A LA ASIGNATURA</b>		
<b>Código</b>	<b>COMPETENCIA</b>	<b>NIVEL</b>
CG01	Capacidad de resolución de problemas aplicando conocimientos de matemáticas, ciencias e ingeniería.	3
CG02	Capacidad para el aprendizaje autónomo y la actualización de conocimientos, y reconocimiento de su necesidad en las áreas de la matemática y la informática.	3
CG03	Saber trabajar en situaciones carentes de información y bajo presión, teniendo nuevas ideas, siendo creativo.	3
CG04	Capacidad de gestión de la información.	3
CG05	Capacidad de abstracción, análisis y síntesis.	3
CG06	Capacidad para trabajar dentro de un equipo, organizando, planificando, tomando decisiones, negociando y resolviendo conflictos, relacionándose, y criticando y haciendo autocrítica.	3
CG08	Capacidad de comunicarse de forma efectiva con los compañeros, usuarios (potenciales) y el público en general acerca de cuestiones reales y problemas relacionados con la especialización elegida.	3
CG10	Capacidad para usar las tecnologías de la información y la comunicación.	3

CE01	Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Conocer demostraciones de teoremas clásicos. Comprender las definiciones de objetos matemáticos y ser capaz de plantear nuevas definiciones. Poder enunciar resultados y construir demostraciones, detectar errores en ellas o encontrar contraejemplos.	A
CE02	Ser capaz de extraer de un objeto matemático aquellas propiedades fundamentales que lo caracterizan, distinguiéndolas de aquellas otras ocasionales compartidas con otros objetos matemáticos.	A
CE03	Ser capaz de plantear modelos matemáticos para problemas reales, utilizando para resolverlos las herramientas necesarias, interpretando la solución en los mismos términos en que estaba planteado el problema.	A
CE04	Comprender y ser capaz de encontrar soluciones a problemas matemáticos en diferentes áreas, utilizando para resolverlos las herramientas analíticas, numéricas o estadísticas disponibles.	A
CE05	Utilizar herramientas informáticas (de cálculo simbólico, de análisis estadístico, de cálculo numérico, de visualización,...) para resolver problemas planteados en términos matemáticos, bien de forma experimental, bien de forma rigurosa.	A
CE06	Diseñar algoritmos y desarrollar programas para resolver problemas en matemáticas.	A
CE08	Formalización y especificación de problemas reales cuya solución requiere el uso de la informática.	A
CE09	Capacidad de elegir y usar los métodos analíticos y de modelización relevantes, y de describir una solución de forma abstracta.	A
CE18	Asimilar y manejar los principales conceptos del Álgebra Lineal y de las Geometrías Afín y Euclídea.	A
CE20	Conocer y saber utilizar los conceptos básicos de la Topología. Usar el Cálculo Diferencial e Integral y la Topología para el estudio de curvas y superficies.	A
CE43	Capacidad para trabajar de forma efectiva como individuo, organizando y planificando su propio trabajo, de forma independiente o como miembro de un equipo.	a

Código	RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA
RA1. -	Reconocer la naturaleza de los puntos de una curva en $R^3$ . Cálculo de curvatura y torsión.
RA2. -	Reconocer la naturaleza de los puntos de una superficie en $R^3$ . Cálculo de la curvatura de Gauss, curvatura media y curvaturas principales.
RA3. -	Aplicar las integrales de línea y superficie para reconocer algunas propiedades globales de curvas y superficies.
RA4. -	Modelar matemáticamente problemas reales y conocer las técnicas para resolverlos.
RA5. -	Utilizar diversas técnicas para la resolución de problemas con ayuda de software matemático.

## Contenidos y Actividades de Aprendizaje

CONTENIDOS ESPECÍFICOS (TEMARIO)		
TEMA / CAPITULO	APARTADO	Indicadores Relacionados
<b>Tema 1. Curvas parametrizadas diferenciables.</b>	1.1. Representación analíticas	I1
	1.2. Plano osculador. Triedo de Frenet. Aplicaciones	I1
	1.3. Curvatura. Centro y radio de curvatura. Circunferencia Osculatriz. Evoluta y evolvente.	I2
	1.4. Torsion. Esfera osculatriz	I2
	1.5. Movimientos rígidos y giros.	I3
	1.6. Fórmulas de Frenet-Serret	I4
	1.7. Ecuación Intrínseca. Teorema Fundamental	I4
	1.8. Curvas derivadas: envolvente, caústica, pedal.	I2
<b>Tema 2. Teoría elemental de superficies</b>	2.1. Expresión analítica. Curvas coordenadas	I5
	2.2. Normal y plano tangente. Triedro móvil. Aplicaciones	I6
	2.3. Elementos de área y línea sobre la superficie	I5
	2.4. Primera forma cuadrática fundamental. Propiedades	I5
	2.5. Angulo de dos curvas. Sistema ortogonal.	I5
	2.6. Algunos tipos de superficies; regladas, desarrollables, desarrollable tangencial, de revolución, tubular, de traslación, etc.,	I9
	2.7. Envolvente de una familia de superficies	I9
	2.8. Curvatura normal. Segunda forma cuadrática fundamental. Direcciones asintóticas.	I6
	2.9. Teorema de Meusnier. Direcciones principales. Líneas de curvatura	I6
	2.10. Curvaturas principales. Curvatura media y curvatura de Gauss	I7
	2.11. Líneas de curvatura y curvas coordenadas.	I7
	2.12. Teorema de Euler. Indicatriz de Dupín. Líneas	I6

	asintóticas	
<b>Tema 3. Otros resultados</b>	3.1 Superficies mínimas	19
	3.2 Líneas geodésicas de una superficie	19
	3.3 Símbolos de Christoffel de primera y segunda especie. Ecuaciones de Weingarten, Gauss y Mainardi-Codazzi.	110
	3.4 Teorema egregium de Gauss y teorema de Gauss-Bonnet	111
<b>Tema 4. Aplicaciones gráficas</b>	4.1 Splines cúbicos de interpolación.	112
	4.2 Representación mediante splines cúbicos cardinales	113
	4.3 Funciones splines bicúbicas	113

**BREVE DESCRIPCIÓN DE LAS MODALIDADES ORGANIZATIVAS UTILIZADAS Y METODOS DE ENSEÑANZA EMPLEADOS**

<b>CLASES DE TEORIA</b>	Método expositivo
<b>CLASES PROBLEMAS</b>	Resolución de ejercicios y problemas. Aprendizaje basado en problemas
<b>PRACTICAS</b>	Aprendizaje basado en problemas con ayuda de software matemático
<b>TRABAJO AUTONOMOS</b>	Estudio de conceptos y resolución de ejercicios y problemas
<b>TRABAJO EN GRUPO</b>	Resolución de ejercicios y problemas; prácticas de laboratorio
<b>TUTORÍAS</b>	Atención personalizada a los alumnos

RECURSOS DIDÁCTICOS	
BIBLIOGRAFÍA	Dirk J. Struik, <i>Geometría Diferencial Clásica</i> , Ed. Aguilar 1966
	M. Lipschutz. <i>Differential Geometry (Schaum's Outline)</i> , McGraw-Hill, 1969
	A. Fedenko. <i>Problemas de Geometría Diferencial</i> , Ed. Mir, 1981
	Su Bu-Quing and Liu Ding-Yuan, <i>Computational Geometry, Curve and Surface Modeling</i> , Academic Press Inc., Boston 1989
	Manfredo P. do Carmo, <i>Geometría de Curvas y Superficies</i> , Alianza Universidad Textos, Madrid 1990
	Alfred Gray, <i>Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces</i> , CRC Press, Boca Ratón, FL, 1993
	Antonio López y Agustín de la Villa, <i>Geometría Diferencial</i> , Clagsa 1997.
	A. F. Costa, J. M. Gamboa. <i>Ejercicios de Geometría diferencial de curvas y superficies</i> , Sanz y Torres, 1998
	Barrett O'Neill, <i>Elementary Differential Geometry</i> , 2006
	John Oprea, <i>Differential Geometry and Its Applications</i> , MAA, 2009
	Thomas F. Banchoff y Stephen T. Lovett, <i>Differential Geometry of Curves and Surfaces</i> , 2010
	A.N. Pressley , <i>Elementary Differential Geometry</i> , Springer Undergraduate Mathematics Series, 2010
RECURSOS WEB	<a href="http://www.dma.fi.upm.es">http://www.dma.fi.upm.es</a>
	<a href="https://web3.fi.upm.es/AulaVirtual/">https://web3.fi.upm.es/AulaVirtual/</a>
EQUIPAMIENTO	Aula
	Aula Informática

## **Cronograma de trabajo de la asignatura**

<b>Semana</b>	<b>Actividades Aula</b>	<b>Laboratorio</b>	<b>Trabajo Individual</b>	<b>Trabajo en Grupo</b>	<b>Actividades Evaluación</b>	<b>Otros</b>
Semanas 1,3,5,7,9,11,13,15 (12 h/semana)	Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (3 h/semana)	Realización de prácticas con ordenador (2 h/semana)	Estudio y resolución de ejercicios propuestos (5 h/semana)		Entrega de tareas y prácticas	
Semanas 2,4,6,10,12,14 (12 h/semana)	Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 h/semana)		Estudio y resolución de ejercicios propuestos (5 h/semana)		Entrega de tareas y prácticas	
Semanas 8,16 (12 h/semana)	Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 h/semana)		Estudio y resolución de ejercicios propuestos (5 h/semana)		Examen parcial (2 horas/semana)	

## Sistema de evaluación de la asignatura

EVALUACION		
Ref	INDICADOR DE LOGRO	Relacionado con RA:
I1	Saber determinar la tangente, la normal y la binormal de una curva en el espacio.	RA1,RA5
I2	Saber calcular la curvatura y la torsión, el radio de curvatura, la evoluta , la circunferencia osculatriz y la esfera osculatriz.	RA1,RA5
I3	Conocer los movimientos y los giros	RA1,RA4, RA5
I4	Saber determinar las ecuaciones de Frenet-Serret y la ecuación intrínseca de una curva	RA2,RA5
I5	Saber calcular los coeficientes de la primera forma E,F,G.	RA2,RA5
I6	Saber determinar los coeficientes de la segunda forma e,f,g,	RA2,RA5
I7	Saber calcular la curvatura gaussiana K y la curvatura media M	RA2,RA3, RA5
I8	Conocer los distintos tipos de superficies	RA2, RA3
I9	Saber caracterizar cuando una superficie es desarrollable o mínima.	RA5
I10	Saber calcular los símbolos de Christoffel de primera y segunda especie.	RA5
I11	Conocer el teorema egregium de Gauss y el teorema de Gauss-Bonnet	RA3
I12	Saber calcular el splines cúbico de interpolación de un conjunto de puntos del plano, bien con $m_{\{0\}}$ y $m_{\{n\}}$ , o $M_{\{0\}}$ y $M_{\{n\}}$ como condiciones de frontera.	RA4,RA5
I13	Saber determinar las funciones splines bicúbicas	RA4,RA5

**La tabla anterior puede ser sustituida por la tabla de rúbricas.**

<b>EVALUACION SUMATIVA</b>			
<b>BREVE DESCRIPCION DE LAS ACTIVIDADES EVALUABLES</b>	<b>MOMENTO</b>	<b>LUGAR</b>	<b>PESO EN LA CALIFICACIÓN</b>
Tareas de clase, ejercicios entregados etc.,	continuo	Clase	15%
Ejercicios con ordenador	continuo	Laboratorio	15%
Primer parcial	En medio del semestre	Clase o aula de evaluación	35%
Segundo parcial	Al final del semestre		35%

<b>CRITERIOS DE CALIFICACIÓN</b>
<p><b>Convocatoria ordinaria</b></p> <p><b>Sistema general de evaluación continua</b></p> <p>Las actividades evaluables son las especificadas en la tabla del apartado anterior (evaluación sumativa), cada una de ellas puntuable de 0 a 10. La nota de la asignatura se calcula según los pesos fijados en dicha tabla, y se considera aprobada la asignatura cuando se obtiene una nota mayor o igual que 5 sobre 10.</p> <p><b>Sistema de evaluación mediante sólo prueba final</b></p> <p>El alumno que desee seguir el sistema de evaluación mediante sólo prueba final, deberá comunicarlo por escrito al coordinador de la asignatura en el plazo de dos semanas a contar desde el inicio de la actividad docente de la asignatura.</p> <p>Este sistema de evaluación mediante sólo prueba final, consistirá en la realización de una prueba de respuesta larga (desarrollo) que abarcará todo el temario de la asignatura, puntuable de 0 a 10.</p> <p>Se considera aprobada la asignatura cuando se obtiene una nota mayor o igual que 5 sobre 10.</p> <p><b>Convocatoria extraordinaria de julio</b></p> <p>Consistirá en la realización de una prueba de respuesta larga (desarrollo) que abarcará todo el temario de la asignatura, puntuable de 0 a 10.</p> <p>Se considera aprobada la asignatura cuando se obtiene una nota mayor o igual que 5 sobre 10.</p>